**Тема: НАИБОЛЬШЕЕ И НАИМЕНЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ ФУНКЦИИ**

1. Прочитать теорию.
2. Рассмотреть решение примеров №1-3
3. Решить упражнения №4-7
4. Решение многих практических задач часто сводится к нахождению наи­большего и наименьшего значений непрерывной на отрезке функции.

Пусть функция у=f(х) определена и непрерывна на конечном замкнутом промежутке [а;b].

Для нахождения наибольшего (наименьшего) значения функции на промежутке [а;b] нужно найти все максимальные (минимальные) значения функции в промежутке [а;b], выбрать из них наибольшее (наименьшее) и сравнить его значение с f(a) и f(b). Максимальные (минимальные) значения функции в промежутке[а;b] могут появиться в точках экстремума.

Возможна ситуация, при которой производная функции y=f(x) не обращается в нуль ни в одной точке промежутка [а;b], но при этом во всех точках промежутка существует. В данном случае оказывается выполненным достаточное условие монотонности, т. е. наибольшее и наименьшее свое значение функция принимает на концах отрезка.

1. Теорема Вейерштрасса: *Непрерывная на отрезке [a;b] функция f принимает на этом отрезке наибольшее и наименьшее значения.*
2. Записать в тетрадях *алгоритм отыскания наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции у = f(x) на отрезке [а; b]:*
   * + Найти производную функции.
     + Найти критические точки.
     + Найти значение функции в критических точках, принадлежащих данному промежутку и на концах отрезка.
     + Выбрать наибольшее и наименьшее значения функции.

Пример 1.

Найти наибольшее и наименьшее значения функции заданной на отрезке [-2;2].

Решение:

* 1. Находим производную (таблица производных дана в приложении в конце темы): у′ =  = -2-2х,
  2. Находим критические точки: у′ = 0

-2-2х = 0, -2х = 2, х = -1

* 1. Вычисляем значение функции в точках -2; -1 ; 2.  
     у(-2)=1-2\*(-2)-(-2)2=1  
     y(-1)=1-2\*(-1)-(-1)2=2  
     у(2)=1-2\*2-22 = -7
  2. max y(x)=y(-l)=2; min y(x)=y(2)= -7.

Пример 2

Найти наибольшее и наименьшее значения функции http://mathprofi.ru/k/naibolshee_i_naimenshee_znacheniya_funkcii_na_otrezke_clip_image041.gif на отрезке http://mathprofi.ru/k/naibolshee_i_naimenshee_znacheniya_funkcii_na_otrezke_clip_image043.gif

**Решение**:  
1) Вычислим значения функции в критических точках, принадлежащих данному отрезку:  
http://mathprofi.ru/k/naibolshee_i_naimenshee_znacheniya_funkcii_na_otrezke_clip_image045.gif

Полученное [квадратное уравнение](http://mathprofi.ru/goryachie_formuly.pdf) имеет два действительных корня:  
http://mathprofi.ru/k/naibolshee_i_naimenshee_znacheniya_funkcii_na_otrezke_clip_image047.gif – критические точки.

Первая критическая точка принадлежит данному отрезку: http://mathprofi.ru/k/naibolshee_i_naimenshee_znacheniya_funkcii_na_otrezke_clip_image049.gif  
А вот вторая – нет: http://mathprofi.ru/k/naibolshee_i_naimenshee_znacheniya_funkcii_na_otrezke_clip_image051.gif, поэтому про неё сразу забываем.

Вычислим значение функции в нужной точке:  
http://mathprofi.ru/k/naibolshee_i_naimenshee_znacheniya_funkcii_na_otrezke_clip_image053.gif

2) Вычислим значения функции  на концах отрезка:  
http://mathprofi.ru/k/naibolshee_i_naimenshee_znacheniya_funkcii_na_otrezke_clip_image055.gif

3) Выбираем наибольшее и наименьшее.

**Ответ**: http://mathprofi.ru/k/naibolshee_i_naimenshee_znacheniya_funkcii_na_otrezke_clip_image057.gif

Пример 3

Найти наибольшее и наименьшее значения функции на заданном отрезке

http://mathprofi.ru/k/naibolshee_i_naimenshee_znacheniya_funkcii_na_otrezke_clip_image065.gif

**Решение**:   
1) Вычислим значения функции в критических точках, принадлежащих данному отрезку:  
http://mathprofi.ru/k/naibolshee_i_naimenshee_znacheniya_funkcii_na_otrezke_clip_image067.gif

Критических точек тут три:  
http://mathprofi.ru/k/naibolshee_i_naimenshee_znacheniya_funkcii_na_otrezke_clip_image069.gif

Первые две точки принадлежат нашему отрезку:  
http://mathprofi.ru/k/naibolshee_i_naimenshee_znacheniya_funkcii_na_otrezke_clip_image071.gif

А третья не принадлежит: http://mathprofi.ru/k/naibolshee_i_naimenshee_znacheniya_funkcii_na_otrezke_clip_image073.gif

Вычислим значения функции в подходящих точках:  
http://mathprofi.ru/k/naibolshee_i_naimenshee_znacheniya_funkcii_na_otrezke_clip_image077.gif

2) Вычислим значения функции на концах отрезка:  
http://mathprofi.ru/k/naibolshee_i_naimenshee_znacheniya_funkcii_na_otrezke_clip_image079.gif

Среди чисел выбираем наибольшее и наименьшее значения. Максимальное значение («пятёрка») достигается сразу в двух точках, и это необходимо указать в завершающей записи:

**Ответ**: http://mathprofi.ru/k/naibolshee_i_naimenshee_znacheniya_funkcii_na_otrezke_clip_image081.gif

*Самостоятельно решить задания* Найти наибольшее и наименьшее значения функции **** на отрезке ****:

4. , 

5. , 

6. , 

7. , 

Приложение

Таблица производных

